



TITLE:

微小液滴の乱流衝突成長に対する  
Large-Eddy Simulation(乱流と輸送  
現象:コーヒーカップから宇宙まで)

AUTHOR(S):

大西, 領; 高橋, 桂子; 松田, 景吾; 小森, 悟

---

CITATION:

大西, 領 ...[et al]. 微小液滴の乱流衝突成長に対する Large-Eddy Simulation(乱流と輸送現象:コーヒーカップから宇宙まで). 数理解析研究所講究録 2007, 1567: 31-39

ISSUE DATE:

2007-08

URL:

<http://hdl.handle.net/2433/81203>

RIGHT:

## 微小液滴の乱流衝突成長に対する Large-Eddy Simulation

地球シミュレータセンター 大西 領 (Ryo Onishi),

高橋桂子 (Keiko Takahashi) <sup>\*1</sup>

京都大学大学院工学研究科機械理工学専攻 松田景吾 (Keigo Matsuda),

小森 悟 (Satoru Komori) <sup>\*2</sup>

<sup>\*1</sup> Earth Simulator Center, Japan Agency for Marine-Earth Science and Technology

<sup>\*2</sup> Department of Mechanical Engineering and Science, Kyoto University

### 1 緒言

気相乱流中で微小液滴粒子が互いに衝突するという現象は、蒸気発生器、噴霧器、サイクロン分離器などの工業装置内<sup>[1][2]</sup>の流れにおいてだけでなく、鉛直方向に発達する対流雲中においても見られる。従って、その衝突挙動、衝突成長過程を正確に予測することは、工業装置の最適設計・操作、および対流雲とそれに伴う豪雨の高精度予測に関連して、機械工学的、環境工学的に極めて重要である。

本研究では特に、環境工学分野での重要性に注目した。日本では 1990 年代以降、1 時間あたりの雨量が 100mm を超える局地的豪雨による被害が増加傾向にある。特に都市部での局地的集中豪雨は甚大な被害をもたらしている。例えば、2000 年 9 月に発生した東海豪雨では愛知県内だけでも約 8650 億円もの被害が出たと言われている<sup>[3]</sup>。このため、局地的豪雨の発生機構の解明と発生予測が急務の課題とされている。この課題を解決するためには、豪雨をもたらす対流雲の発生・発達をできるだけ正確に予測できる数値シミュレーション手法を開発する必要がある。対流雲中では、強い上昇流に伴って発生する乱流のために雲粒の衝突成長が促進されることが指摘されている<sup>[4][5][6]</sup>。そのため、冒頭で述べた乱流中での微小液滴粒子の衝突現象を正確に考慮できる数値シミュレーション手法の開発が、対流雲の発生・発達予測、つまりは豪雨予測の高精度化に欠かせない。

既に、液滴径までを考慮した数値シミュレーション手法は開発されており、液滴の大きさまでを考慮して衝突成長を計算することが可能である。しかし、その数値シミュレーションでは液滴粒子の衝突に及ぼす乱流の影響が十分に考慮されていない。例えば、Geresdi and Rasmussen (2004)<sup>[7]</sup>による山岳降雨の計算では、乱流の影響が全く考慮されていない衝突頻度モデル<sup>[8]</sup>が使用されている。また、Lynn et al. (2005)<sup>[9]</sup>によるスコールラインの計算では、乱流効果係数（定数）を導入することによって大雑把に乱流の影響を考慮しただけである。

以上の状況を考慮し、本研究では、微小液滴（雲粒）の乱流衝突成長を正確に考慮できる数値シミュレーション手法を確立することを目的とした。具体的には、Large-Eddy Simulation (LES) による数値シミュレーション手法を開発することを目的とした。

第 2 節では、粒子の乱流衝突頻度を予測するために必要な乱流衝突頻度因子モデル開発について記述し、第 3 節では、LES による乱流衝突成長計算手法の開発について記述する。第 4 節では、気相乱流中での液滴の乱流衝突成長に対して、液滴運動をラグランジュ法によって追跡する直接数値計算 (Direct Numerical Simulation, DNS) と本 LES の両方を適用し、その結果を比較することによって本 LES 手法の信頼性を確認した。

### 2. 乱流衝突頻度因子モデル

#### 2.1 粒子の衝突成長式

粒子の運動および成長をオイラー法によって計算する際には、衝突による粒子数密度関数  $n_p(r, x_i, t)$  の時間変化率を次式により計算する。

$$\frac{\partial n_p(r, t)}{\partial t} = \int K_c(r'', r') n_p(r'', t) n_p(r', t) dr' - \int K_c(r, r') n_p(r, t) n_p(r', t) dr' \quad (1)$$

ここで、 $r'' = (r^3 - r'^3)^{1/3}$  である。 $K_c(r_1, r_2)$  は衝突頻度因子と呼ばれ、半径  $r_1$  の粒子と半径  $r_2$  の粒子が衝突する確率を表す。この衝突頻度因子  $K_c$  と粒子の数密度  $N_p$  の積が衝突頻度  $N_c$  を表す。

$$N_c(r_1, r_2) = K_c(r_1, r_2) N_p(r_1) N_p(r_2) \quad (2)$$

この衝突頻度因子モデルの代表的なものとして、次式で表されるHydrodynamic Kernelモデルがある[8].

$$\langle K_{c, \text{hydr}} \rangle = \pi R_{12}^2 |V_{p, \infty}(r_1) - V_{p, \infty}(r_2)| \quad (3)$$

ここで、 $R_{12}$ は衝突半径と呼ばれ2粒子の半径の和( $r_1 + r_2$ )を表し、 $V_{p, \infty}(r)$ は半径 $r$ の粒子の終末速度を表す。式(3)中には、気相の流れ場の状態を表す量(例えば、レイノルズ数)が含まれていないことから明らかなように、このHydrodynamic Kernelでは衝突に及ぼす気相乱流の影響は全く考慮されていない。

気相乱流の影響を考慮した衝突頻度因子モデルとして、我々は既に同一径粒子間の乱流衝突頻度因子モデルを開発した[9]。しかし、異径粒子間の乱流衝突頻度因子に関しては、信頼性の高いモデルは提案されていなかった。そこで、本研究では、まず異径粒子間の衝突頻度因子モデルの開発を行った。本節では、そのモデルに関して記述する。

## 2.2 重力による沈降を考慮しない場合の異径粒子間乱流衝突頻度因子モデル

重力による粒子の沈降を考慮しない場合には、乱流の効果に起因する衝突頻度因子( $K_{c, \text{turb}}$ )は次のように表される[10].

$$\langle K_{c, \text{turb}} \rangle = 2\pi R_{12}^2 \langle |w_r| \rangle g_{12}(R_{12}) \quad (4)$$

ここで、添字turbは乱流の効果により生じた項であることを表しており、 $\langle |w_{r,12}| \rangle$  および  $g_{12}(R)$  はそれぞれ、半径 $r_1$ の粒子と半径 $r_2$ の粒子との接触時相対接近速度(radial relative velocity at contact) および近接粒子分布関数(radial distribution function at contact)である。なお、以降では $w_{r,12}$ を $w_r$ と略記する。 $\langle |w_r| \rangle$ は2粒子が接触(衝突)する際の相対速度の絶対値の時間平均値である。 $g_{12}(R)$ は粒子が不均一に分布することによる衝突促進効果を表す。Zhou et al. (2001)[11]は、Williams & Crane(1983)[12]およびKruis & Kusters(1997)[13]の解析モデルを改良して $\langle |w_r| \rangle$ に関する次のモデルを提案した。

$$\begin{aligned} \langle |w_r| \rangle_{\text{turb}} &= \left( \frac{2}{\pi} \langle w_r^2 \rangle \right)^{1/2} \\ &= \left[ \frac{2}{\pi} \left( \langle w_{r, \text{accel}} \rangle + \langle w_{r, \text{shear}} \rangle \right) \right]^{1/2} \end{aligned} \quad (5)$$

ここで、 $w_{r, \text{accel}}$ は接触時相対接近速度のうち2粒子間相対速度の変動強度に起因する成分を表し、 $w_{r, \text{shear}}$ は流体の局所速度勾配に起因する成分を表す。これら2成分は、それぞれ次のようにモデル化された。

$$\langle w_{r, \text{accel}}^2 \rangle = C_w(\phi) u'^2 \frac{\gamma}{\gamma - 1} \left\{ (\theta_1 + \theta_2) - \frac{\theta_1 \theta_2}{\theta_1 + \theta_2} \left[ \frac{1 + \theta_1 + \theta_2}{(1 + \theta_1)(1 + \theta_2)} \right]^{1/2} \right\} \left[ \frac{1}{(1 + \theta_1)(1 + \theta_2)} - \frac{1}{(1 + \gamma \theta_1)(1 + \gamma \theta_2)} \right] \quad (6)$$

$$\langle w_{r, \text{shear}}^2 \rangle = \frac{1}{15} \left( \frac{R}{l_\eta} \right)^2 \lambda^2 \quad (7)$$

式(6)において、 $\theta_i$ は積分スケール $l_i$ 、流体の速度変動のRMS値 $u'$ および粒子の緩和時間 $\tau_{p,i}$ を用いて、 $\theta_i = 2.5 \tau_{p,i} \cdot u' / l_i$ のように定義され、 $\phi = \max(\theta_2/\theta_1, \theta_1/\theta_2)$ 、 $\gamma = \phi \times 0.183 u'^2 / (\epsilon \nu)^{1/2}$ である。また、右辺第一項 $C_w(\phi)$ は経験パラメータであり、Zhou et al. (2001)[11]は次のように定義した。

$$C_w(\phi) = 1.0 + 0.6 \exp[-(\phi - 1)^{1.5}] \quad (8)$$

式(7)において、 $\lambda$ は局所速度勾配を表し、コルモゴロフスケール $l_\eta$ を用いて $\lambda = \nu / l_\eta$ と表される。式(4)

中の異径粒子間の近接粒子分布関数( $g_{12}(R)_{\text{turb}}$ ) は以下のようにモデル化された<sup>[11]</sup>.

$$g_{12}(R_{12}) = 1 + \rho_{12} [g_{11}(R_{11}) - 1]^{1/2} [g_{22}(R_{22}) - 1]^{1/2} \quad (9)$$

ここで,  $\rho_{12}$  は  $\psi = \max(\tau_{p,1}/\tau_{p,2}, \tau_{p,2}/\tau_{p,1})$  を用いて次のようにモデル化された.

$$\rho_{12} = 2.7 \exp(-\psi) + 0.205 \exp(-0.0206\psi) \times 0.5 [1 + \tanh(\psi - 3)] \quad (10)$$

なお, Zhou et al. (2001)<sup>[11]</sup>の論文においては, 右辺第一項の係数は2.6である. しかし,  $\psi = 1$  のときに  $\rho_{12} = 1$  であるべきことを考慮すると, 2.7の方がふさわしい. 同一径粒子間の近接粒子分布関数( $g_{ii}(R)_{\text{turb}}$ ) に関しては, 既に我々の過去の研究<sup>[9]</sup>において, 信頼性の高いモデルが開発されているので, 以上により  $g_{12}(R)_{\text{turb}}$ , さらに衝突頻度因子を求めることができる.

### 2.3 重力による沈降を考慮する場合の異径粒子間乱流衝突頻度因子モデル

前節では, 式(4)が議論された. しかし, 式(4)では, 式(3)で表される, 2粒子間の終末速度差に起因する衝突は考慮されていない. 現実の流れ場では重力により, 粒子は沈降するので, 沈降速度が速い粒子が遅い粒子を捕集するという現象が起こる. この衝突を表現したのが式(3)に示された Hydrodynamic Kernel ( $K_{c,\text{hydr}}$ )である. 乱流だけでなくこの重力の効果までを考慮した全衝突頻度因子( $K_{c,\text{total}}$ )は, 重力の効果までを考慮した接触時相対接近速度( $\langle w_r \rangle_{\text{total}}$ )および近接粒子分布関数( $g_{12}(R)_{\text{total}}$ )を用いて式(4)と同様に次のように表される.

$$K_{c,\text{total}}(r_1, r_2) = 2\pi R^2 \langle w_r \rangle_{\text{total}} g_{12}(R)_{\text{total}} \quad (11)$$

式中の  $\langle w_r \rangle_{\text{total}}$  に関しては,  $w_r$  の確率分布がガウス分布に従うと仮定すると

$$\langle w_r \rangle_{\text{total}} = (\langle w_r \rangle_{\text{turb}}^2 + \langle w_r \rangle_{\text{hydr}}^2)^{1/2} \quad (12)$$

という関係が成り立つので, 式(5)および  $\langle w_r \rangle_{\text{hydr}} = |V_{p,\infty}(r_1) - V_{p,\infty}(r_2)|/2$  の関係を用いて算出することができる. しかし,  $g_{12}(R)_{\text{total}}$  に関しては全く明らかになっていない. そのため,  $K_{c,\text{total}}$  を厳密に予測することは現時点ではできない. このような状況の中, Falkovich et al. (2002)<sup>[4]</sup>は  $K_{c,\text{total}}$  を  $K_{c,\text{turb}}$  と  $K_{c,\text{hydr}}$  の単純な和で表現した.

$$K_{c,\text{total}} \approx K_{c,\text{turb}} + K_{c,\text{hydr}} \quad (13)$$

しかし, 上式を用いると,  $g_{12}(R_{12}) \approx 1$  の場合,  $\langle w_r \rangle_{\text{total}} \approx \langle w_r \rangle_{\text{turb}} + \langle w_r \rangle_{\text{hydr}}$  となる. これは式(12)と整合しない. この問題を解決するために, 本研究では次式を提案する<sup>[14]</sup>.

$$K_{c,\text{total}} \approx (K_{c,\text{turb}} + K_{c,\text{hydr}})^{1/2} \quad (14)$$

本式を用いると,  $g_{12}(R_{12}) \approx 1$  の場合に式(12)を満足する.

### 2.4 直接数値計算(Direct Numerical Simulation, DNS)による衝突頻度因子の算出

モデルの予測結果を評価するために用いる衝突頻度因子に関するデータを DNS によって求めた. 気相乱流場の運動をフーリエ・ガラーキン法を用いた擬スペクトル法により計算した. 支配方程式は次式で示される渦度方程式である.

$$\frac{\partial \omega_i}{\partial t} + U_j \frac{\partial \omega_j}{\partial x_j} = \omega_j \frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \nu \frac{\partial^2 \omega_i}{\partial x_j \partial x_j} + F_i \quad (15)$$

渦度の時間発展には4次精度のルンゲクッタ法を用い, また, 3分の2法を用いてエイリアジング誤差を除去した<sup>[15]</sup>. 代表長さ( $L_0$ )を0.005[m]として, 計算領域の大きさを  $2\pi L_0 \times 2\pi L_0 \times 2\pi L_0$  に設定した. そし

て、計算領域中に  $64 \times 64 \times 64$  個の計算格子数を等間隔に配置した。側面境界条件として周期境界条件を用い、また、波数が1である渦の強さが一定になるように強制外力  $F_i$  を与えることによって、定常等方性乱流場を形成させた。なお、本数値計算法を用いることにより、理想的な定常等方性乱流場が形成されることは、我々の過去の研究で既に確認されている<sup>[16]</sup>。

DNS においては粒子運動をラグランジュ法を用いて計算した。このとき、粒子の運動方程式は次式で表される。

$$\frac{\partial \omega_i}{\partial t} + U_j \frac{\partial \omega_i}{\partial x_j} = \omega_j \frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \nu \frac{\partial^2 \omega_i}{\partial x_j \partial x_j} + F_i \quad (16)$$

重力による粒子の沈降を考慮する場合には右辺中の  $g$  を  $9.8 \text{ [m/s}^2\text{]}$  に設定して計算を行った。雲粒を想定して、微小水滴を混入粒子とした。上述の定常等方性乱流場の中に、半径  $r_1$  および  $r_2$  を持った粒子をそれぞれ 2048 個ずつ、合計 4096 個混入させた。2 粒子間の距離が衝突半径以下になれば、衝突したとみなした。衝突による運動量交換によって引き起こされる余分な衝突を避けるために、衝突後は 2 粒子のうち一方を消滅させた。雲粒の代表的な数密度  $n$  は  $n \approx 10^8 \text{ [1/m}^3\text{]}$  であり、これと代表的な雲粒半径  $r \approx 10 \text{ [\mu m]}$  より、粒子体積率  $\phi_v$  は  $\phi_v \approx 10^{-6} \sim 10^{-5}$ 、粒子質量率  $\phi_m$  は  $\phi_m \approx 10^{-2} \sim 10^{-1}$  程度であると見積もられる。これは粒子濃度が十分低いことを意味しているので、本研究では粒子による乱流変調を無視した。衝突頻度因子  $K_c$  の算出法  $n$  時間ステップ目において、半径  $r_1$  の粒子と半径  $r_2$  の粒子が衝突した回数を  $N_{\text{col},12}^n$  とする。そのときの衝突頻度 ( $N_{\text{col},12}^n$ ) は次式のように求まる。

$$N_{\text{c},12}^n = \frac{N_{\text{col},12}^n}{V_d \Delta t} \quad (17)$$

ここで、 $V_d$  は計算領域の体積を表し、 $\Delta t$  は計算時間間隔を表す。このとき、 $n$  時間ステップ目の衝突頻度因子  $K_{\text{c},12}^n$  は  $K_{\text{c},12}^n = N_{\text{c},12}^n / (n_{p,1} n_{p,2})$  から求まる。時間ステップ毎に求めた  $K_{\text{c},12}^n$  を平均することによって、時間平均した衝突頻度因子  $K_{\text{c},12}$  を求めた。

Table 1 Turbulent statistics of air flow in DNS.

$u'$	$l_\eta \text{ [10}^{-3} \text{ m]}$	$l_\eta \text{ [10}^{-4} \text{ m]}$	$l_\eta \text{ [10}^{-3} \text{ m]}$
0.140	9.04	3.54	4.64

## 2.5 衝突頻度因子 $K_c$ に関する結果と考察

表 1 に、DNS から得られた気相乱流場に関する乱流特性値を示す。表 1 に示した乱流特性値を持った気相乱流場中での、重力による粒子の沈降を考慮しなかった場合の  $K_c$  に関する本モデルの予測結果および DNS の結果を図 1 に示す。なお、一方の粒子半径を  $r_1 = 30 \text{ [\mu m]}$  として、もう一方の粒子半径  $r_2$  をグラフの横軸にとった。また、縦軸は  $\lambda R^3$  で割ることによって無次元化された  $K_c$  を表している。図 1 より、 $r_2$  が  $25 \text{ [\mu m]}$  よりも小さい領域では本研究で提案したモデルの結果と DNS の結果の間に差異が見られるものの、その差異は最大でも 3 割程度であり、本モデルの結果は DNS の結果と良好に一致すると言える。

続いて、重力による粒子の沈降を考慮した場合の  $K_c$  の結果を図 2 に示す。比較のために、乱流の効果を考慮しない衝突頻度因子モデルである  $K_{\text{c,hydr}}$  の結果も同じグラフに示されている。図 2 より、DNS の結果は  $K_{\text{c,hydr}}$  の結果よりも大きい。これは、乱流によって衝突が促進されることを意味する。また、式(13)を用いた予測結果は、 $r_2$  が大きくなり、濃度ムラの効果が小さくなる領域、つまり  $g_{12}(R) \approx 1$  となる領域で DNS の結果よりも大きな予測となっている。これに対して、式(14)を用いたモデルの予測結果は全領域で DNS の結果とよく一致する。つまり、重力の効果を考慮する場合には、本研究で提案した式(14)を用いることが妥当であることがわかる。

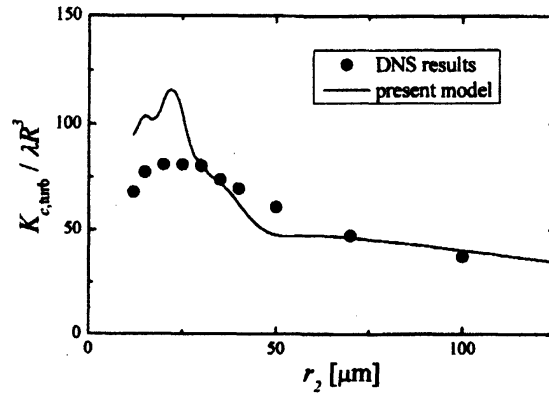


Fig. 1 Comparison of DNS and model predictions of  $K_c$  in no-gravity case. ( $r_1=30\mu\text{m}$ )

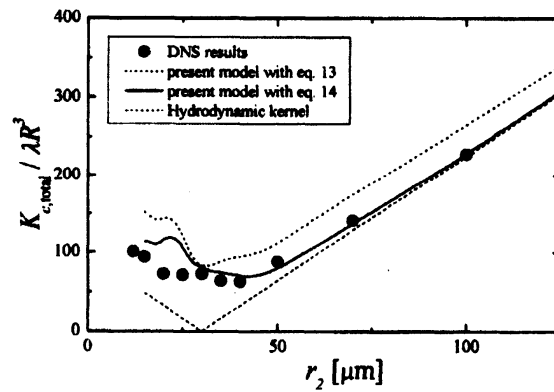


Fig. 2 Comparison of DNS and model predictions of  $K_c$  in gravity case. ( $r_1=30\mu\text{m}$ )

### 3. 粒子の衝突成長に対する Large-Eddy Simulation(LES)

#### 3.1 気相乱流場の計算方法

気相乱流場を計算する際の支配方程式は連続の式および N-S 方程式である。これらにフィルタ操作を施すことにより LES での支配方程式を得ることができる。このようにして得られた支配方程式を以下に示す。

$$\frac{\partial \bar{U}_i}{\partial x_i} = 0 \quad (18)$$

$$\frac{\partial \bar{U}_i}{\partial t} + \bar{U}_j \frac{\partial \bar{U}_i}{\partial x_j} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \bar{P}}{\partial x_i} + (\nu + \nu_{\text{SGS}}) \frac{\partial^2 \bar{U}_i}{\partial x_j \partial x_j} \quad (19)$$

式(19)中の  $\nu_{\text{SGS}}$  はサブグリッドスケール(sub-grid scale, SGS)渦粘性係数であり、静的スマゴリンスキーモデルを用いると以下のように表される。

$$\nu_{\text{SGS}} = (C_s \Delta)^2 |\overline{D}| \quad (20)$$

ここで、 $\Delta$ は計算格子幅であり、 $C_s$ はスマンゴリンスキー定数である。本研究では、等方性乱流場における理論値である $C_s=0.173$ を用いた。また、 $|\overline{D}|$ は計算格子スケール(grid scale, GS)のひずみ速度テンソルの大きさであり、ひずみ速度テンソル $\overline{D}_{ij} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial \overline{U}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \overline{U}_j}{\partial x_i} \right)$ を用いて次のように表される。

$$|\overline{D}| = \sqrt{2 \overline{D}_{ij} \overline{D}_{ij}} \quad (21)$$

### 3.2 粒子成長の計算方法

気相乱流中での粒子運動の支配方程式は粒子の質量密度関数 $q_p(r)$ の輸送方程式である。これにフィルタ操作を施すと次式が得られる。

$$\frac{\partial \overline{q_p(r)}}{\partial t} + \overline{U_j} \frac{\partial \overline{q_p(r)}}{\partial x_j} = \left( \frac{\partial \overline{q_p(r)}}{\partial t} \right)_{\text{col}} + \left( \frac{\partial \overline{q_p(r)}}{\partial t} \right)_{\text{cond}} + V_{p,\infty} \frac{\partial \overline{q_p(r)}}{\partial x_2} + K_m \frac{\partial^2 \overline{q_p(r)}}{\partial x_j \partial x_j} \quad (22)$$

式(22)の右辺第1項および第2項は粒子質量密度の衝突による増減および凝縮・蒸発による増減をそれぞれ表している。本研究では衝突成長を主な対象としたので、凝縮・蒸発の項を考慮しなかった。これは凝縮成長の速さに比べて衝突成長の速さが非常に大きい場合を対象としていることを意味する。式(22)中の衝突成長項は、粒子数密度関数の時間変化率と次の関係がある。

$$\left( \frac{\partial \overline{q_p(r)}}{\partial t} \right)_{\text{col}} = m(r) \left( \frac{\partial \overline{n_p(r)}}{\partial t} \right)_{\text{col}} \quad (23)$$

この式と式(2)を用い、さらに衝突頻度因子 $K_c$ に対してモデルを与えることによって、粒子の衝突成長を計算することができる。また、式(22)中の右辺最終項に現れる $K_m$ は $q_p(r)$ のSGS渦拡散係数であり、本研究では $K_m = \nu_{\text{SGS}}$ と仮定した<sup>[17][18]</sup>。2節において開発した衝突頻度因子モデルは、入力として気流の速度変動のRMS値 $u'$ 、積分スケール $l_\eta$ 、テイラーマイクロスケール $l_\lambda$ およびコルモゴロフスケール $l_\eta$ を必要とする。これらのうち、 $l_\eta$ および $u'$ は流体の大スケール運動に支配されるので、 $l_\eta \approx \overline{l_\eta}$ および $u' \approx \overline{u'}$ と考え、流体のGS成分から算出した。一方、 $l_\lambda$ および $l_\eta$ は流体の小スケール運動に支配される。まず、 $l_\eta$ を求めるために、粘性消散率 $\varepsilon$ を次式のようにGS成分( $\varepsilon_{\text{GS}}$ )とSGS成分( $\varepsilon_{\text{SGS}}$ )で近似した。

$$\begin{aligned} \varepsilon &\approx \varepsilon_{\text{GS}} + \varepsilon_{\text{SGS}} \\ &= \nu \frac{\partial \overline{U}_i}{\partial x_i} \frac{\partial \overline{U}_i}{\partial x_i} + (C_s \Delta)^2 |\overline{D}|^3 \end{aligned} \quad (24)$$

なお、実際の気象計算では格子解像度が低いため、 $\varepsilon_{\text{GS}} \ll \varepsilon_{\text{SGS}}$ と予想されるが、本研究では $\varepsilon_{\text{GS}}$ も無視することなく考慮した。式(24)から得られた $\varepsilon$ を $l_\eta = (\nu^3/\varepsilon)^{1/4}$ に代入することにより、 $l_\eta$ を算出した。さらに、 $\varepsilon$ および $u'$ から $l_\lambda = u' \sqrt{15\nu/\varepsilon}$ の関係をj用いて、 $l_\lambda$ を算出した。つまり、局所等方性を仮定することによって、 $l_\eta$ と $l_\lambda$ を算出した。

オイラー法を用いたLESによって粒子成長を計算するためには、粒子半径を離散化しなければならない。本研究では、粒子半径を離散化する際に、クラスの境界半径 $r_k$ を次式のように設定した。

$$\begin{cases} r_1 = 0 [\mu\text{m}] \\ r_k = r_2 \cdot C^{k-2} \end{cases} \quad (25)$$

ここで、 $r_2=5[\mu\text{m}]$ 、 $C=1.03$  として、クラス 1 からクラス 100 ( $r_{100}=90.6[\mu\text{m}]$ )までを計算対象とした。

#### 4. 乱流中での粒子の衝突成長に対する数値計算

本節では、4 節で開発した LES 手法を用いて乱流中での粒子の衝突成長を計算した。同様の条件で DNS も行い、LES の結果と DNS の結果を比較することにより、本 LES 手法の信頼性を検証した。

##### 4.1 LES の計算条件

代表長さ( $L_0$ )を  $0.005[\text{m}]$  として、計算領域の大きさを  $2\pi L_0 \times 2\pi L_0 \times 2\pi L_0$  に設定した。そして、計算領域中に  $16 \times 16 \times 16$  個の計算格子を等間隔に配置した。壁面境界条件として周期境界条件を用い、また、波数が 1 である渦の強さが一定になるように強制外力  $F_i$  を与えることによって、定常等方性乱流場を形成させた。フィルタ関数としてはスペクトルカットオフフィルタを用い、カットオフ波数を 8 とした。各計算格子点における粒子径の初期分布として、図 3 中に太実線で示される分布を用いた。この初期分布は、次のようにして得られた。まず、Seeßelberg et al. (1996)<sup>[19]</sup> が用いた凝縮核の数密度分布を持った粒子群を、その平均半径が  $30[\mu\text{m}]$  になるまで凝縮成長させた。次に、計算領域内の総粒子数が 4096 個になるように、得られた粒子径分布に係数を掛け合わせた。なお、半径  $30[\mu\text{m}]$  という大きさは対流雲中で見られる代表的な雲粒の大きさである。以上の計算条件の下で、4 節で説明した LES を実行した。なお、衝突頻度因子モデルとして、2 節で開発したモデルを用いた場合と Hydrodynamic Kernel モデルを用いた場合の両方で計算を行った。

##### 4.2 DNS の計算条件

LES と同じ大きさの計算領域に対して、2.4 節で示した方法を用いて、気相乱流場および粒子運動を計算した。ただし、定常な流れ場を形成させるために強制外力を加える際には、波数が 1 である渦度の大きさが前節の LES における大きさと同じになるように設定した。衝突成長を計算する前準備として、異なった径を持った 4096 個の粒子を計算領域内に等間隔に配置した。この 4096 個の粒子の粒子径分布は、LES で用いた初期粒子径分布と同一になるように設定した。計算開始後しばらくの間、弾性衝突を仮定して粒子位置の時間発展を計算した。十分に時間が経過し、粒子分布に及ぼす初期粒子位置の影響が無視できると考えられる時間(本研究では、積分時間スケール  $T_{\text{int}} (= l/u')$  の 3 倍を目安にした) 経過した時点をも  $t=0$  とした。そして、 $t>0$  では衝突による粒子成長を計算した。その際、衝突した 2 粒子は直ちに合体して 1 つの粒子になると仮定して、質量保存と運動量保存の関係を満たすように衝突後の粒子の半径・速度を決めた。

##### 4.3 LES と DNS の比較結果および考察

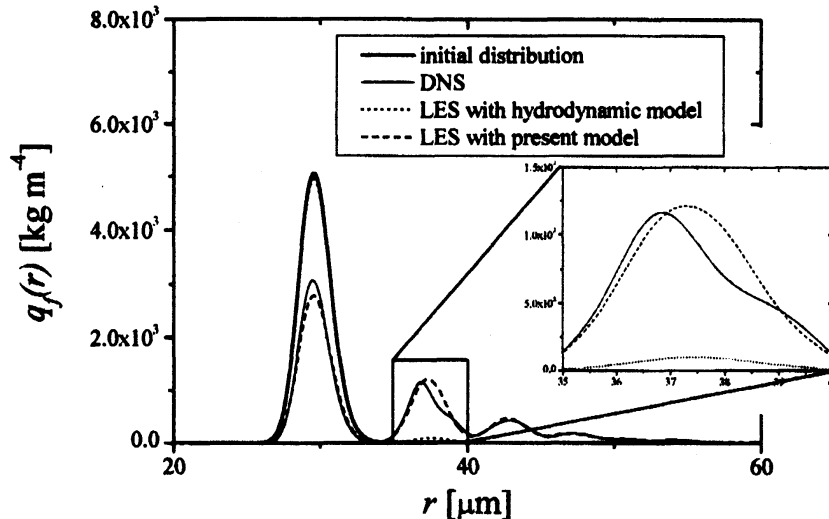
表 2 に、LES および DNS から得られた気相乱流場に関する乱流特性量を示す。両者の結果の差異は最大でも 1 割程度であることから、本 LES 手法を用いることにより乱流特性量を精度良く評価することができることがわかる。

図 3 に、 $t/T_{\text{int}} = 40$  における質量密度関数の結果を示す。実線で示された DNS の結果に注目すると、明瞭な粒子分布の極大がいくつか見られる。例えば、 $r=38 [\mu\text{m}]$  付近に見られる極大は  $r=30 [\mu\text{m}]$  の粒子同士が衝突してできた粒子を表しており、 $r=43 [\mu\text{m}]$  付近に見られる極大は  $r=30 [\mu\text{m}]$  の粒子と  $r=38 [\mu\text{m}]$  の粒子が衝突してできた粒子を表している。図 3 より、衝突頻度因子として、Hydrodynamic Kernel ( $K_{\text{c,hydr}}$ )を用いた LES の結果では、DNS の結果に比べて、 $r=38 [\mu\text{m}]$  の粒子が極端に少ない。これは、 $K_{\text{c,hydr}}$  を用いると、粒子の成長速度をかなり過小評価することを意味する。つまり、乱流中での粒子の衝突成長を予測する場合には、 $K_{\text{c,hydr}}$  を用いることは不適切である。一方、本研究で開発した衝突頻度因子モデルを用いた LES の予測結果は DNS の結果と非常に良く一致しており、本 LES 手法が乱流中での粒子の衝突成長を正確に予測できることがわかる。



Table 2 Turbulent statistics.

	DNS	LES
$u'$ [m/s]	0.140	0.139
$l_T$ [ $10^{-3}$ m]	9.04	8.21
$l_i$ [ $10^{-3}$ m]	4.64	4.12
$l_v$ [ $10^{-4}$ m]	3.54	3.39

Fig. 3 Predictions of the drop mass density function at  $t/T_e = 40$ .

## 5. 結言

本研究では、乱流中での粒子の衝突成長を正確に予測可能な Large-Eddy Simulation(LES)手法を開発することを目的とした。そのために、まず 2 粒子間の衝突頻度因子モデルを開発した。その際、乱流によって引き起こされる衝突と、粒子の終末速度差によって引き起こされる衝突の両方を考慮する方法として式(14)を提案した。そして、開発した衝突頻度因子モデルを LES に組み込んで乱流中での粒子の衝突成長を実際に計算した。その結果を直接数値計算(Direct Numerical Simulation, DNS)による予測結果と比較することにより、本 LES 手法の信頼性を確認した。一方、従来のメソスケールの気象計算で用いられてきた Hydrodynamic Kernel を用いた LES は、対流雲中での粒子の衝突成長を正しく予測できないことを明らかにした。本研究で開発した、衝突頻度因子モデルおよび LES 手法は、機械工学の分野だけでなく、環境工学の分野にも応用されることが期待される。

## 謝辞

本研究は京都大学大学院高木一氏(現、(株)神戸製鋼所)の協力を得た。記して深く謝意を表する。また、本数値計算の一部は独立行政法人国立環境研究所地球環境研究センターのスーパーコンピュータ(NEC: SX-6)を用いて行われた。センターの関係者各位に深く感謝する。本研究は科学技術振興機構(JST)戦略的創造研究推進機構(CREST)マルチスケール・マルチフィジックス現象の統合シミュレーション領域「災害予測シミュレーションの高度化プロジェクト」の援助を受けて行われた。

## 参考文献

- [1] Williams, J.J.E. and Crane, R.I., Drop Coagulation in Cross-Over Pipe Flows of Wet Steam, *Journal of Mechanical Engineering and Science*, Vol.21 (1979), pp.357-360.

- [2] Abrahamson, J., Collision Rates of Small Particles in a Vigorously Turbulent Fluid, *Chemical Engineering Science*, Vol.30 (1975), pp.1371-1379.
- [3] Foundation of River & Basin Integrated Communications ed., *PORTAL*, Vol.15 (2002), pp.2-8.
- [4] Falkovich, G. et al., Acceleration of Rain Initiation by Cloud Turbulence, *Nature*, Vol.419 (2002), pp.151-154.
- [5] Lynn, B.H., Khain, A.P., Dudhia, J., Rosenfeld, D., Pokrovsky A. and Seifert, A.. "Spectral (Bin) Microphysics Coupled with a Mesoscale Model (MM5). Part II: Simulation of a CaPE Rain Event with a Squall Line," *Monthly Weather Review*, Vol. 133(2005), pp.59-71.
- [6] Houze, R.A.Jr. and Medina, S., Turbulence as a Mechanism for Orographic Precipitation Enhancement, *Journal of the Atmospheric Sciences*, Vol. 62 (2005), pp. 3599-3623.
- [7] Geresdi, I. and Rasmussen, R., Freezing Drizzle Formation in Stably Stratified Layer Clouds. Part II: Role of Giant Nuclei and Aerosol Particle Size Distribution and Solubility, *Journal of the Atmospheric Sciences*, Vol. 62 (2004), pp.2037-2057.
- [8] Hall, W.D., A Detailed Microphysical Model Within a Two-Dimensional Dynamic Framework: Model Description and Preliminary Results, *Journal of the Atmospheric Sciences*, Vol.37 (1980), pp.2486-2507.
- [9] Onishi, R. and Komori, S., Modeling of the collision kernel of monodisperse particles in turbulent flows, *Transactions of the Japan Society of Mechanical Engineers, Series B*, (in print)
- [10] Wang, L.-P. et al., Statistical Mechanical Description and Modelling of Turbulent Collision of Inertial Particles, *Journal of Fluid Mechanics*, Vol.415 (2000), pp.117-153.
- [11] Zhou, Y. et al., Modelling Turbulent Collision of Bidisperse Inertial Particles, *Journal of Fluid Mechanics*, Vol.433 (2001), pp.77-104.
- [12] Williams, J.J.E. and Crane, R.I., Particle Collision Rate in Turbulent Flow, *International Journal of Multiphase Flow*, Vol.9, No.4 (1983), pp.421-435.
- [13] Kruis, F.E. and Kusters, K.A., The Collision Rate of Particles in Turbulent Flow, *Chemical Engineering Science*, Vol.158 (1997), pp.201-230.
- [14] Onishi, R., Takahashi, K. and Komori, S., Large-Eddy Simulation for Particle Collision Growth in Turbulent Flows, *Transactions of the Japan Society of Mechanical Engineers, Series B*, Vol.72, No.722 (2006), pp.2441-2448.
- [15] Ishioka, K., 2005: ispack-0.71, <http://www.gfd-dennou.org/arch/ispack/>, GFD Dennou Club.
- [16] Onishi, R. and Komori, S., The gravity effects on the collision frequency of monodisperse particles in turbulent flows (in Japanese), *Transactions of the Japan Society of Mechanical Engineers, Series B*, Vol.71, No.705 (2005), pp.1225-1230.
- [17] Kogan, Y.L., The Simulation of a Convective Cloud in a 3-D Model with Explicit Microphysics. Part I: Model Description and Sensitivity Experiments, *Journal of the Atmospheric Sciences*, Vol.48 (1990), pp.1160-1189.
- [18] Kogan, Y.L. et al., Modeling of Stratocumulus Cloud Layers in a Large Eddy Simulation Model with Explicit Microphysics, *Journal of the Atmospheric Sciences*, Vol.52 (1995), pp.2923-2940.
- [19] Seeßelberg, M. et al., Stochastic Simulations as a Benchmark for Mathematical Methods Solving the Coalescence Equation, *Atmospheric Research*, Vol.40 (1996), pp.33-48.
- [20] Pinsky, M. et al., Stochastic Effects of Cloud Droplet Hydrodynamic Interaction in a Turbulent Flow, *Atmospheric Research*, Vol.53 (2000), pp.131-169.